Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

К. С. Артемов, Н. Л. Солдатова

Основы цифровой электроники

Учебное пособие

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета для студентов, обучающихся по направлениям Радиотехника, Радиофизика

Ярославль
ЯрГУ
2013

УДК 621.38(075.8)
ББК З85я73
А86

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2013 года

Рецензенты:
Проказников А. В., доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник Ярославского филиала
Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Физико-технологического института Российской академии наук;
научно-технический совет НПФ «Яр»

Артемов, Константин Серафимович.
А86 Основы цифровой электроники: учебное пособие / К. С. Артемов, Н. Л. Солдатова ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2013. – 100 с.
ISBN 978-5-8397-0979-9

Излагаются основы теории цифровой электроники от простейших логических операций до синтеза триггерных устройств.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 210400.62 Радиотехника, 011800.62 Радиофизика (дисциплины «Цифровая электроника», «Цифровые устройства», цикл Б2), очной формы обучения, а также могут быть полезны для студентов специальности «Радиофизика и электроника».

УДК 621.38(075.8)
ББК З85я73

ISBN 978-5-8397-0979-9

Предисловие

Учебное пособие предполагает знание студентами физических основ электроники, принципа действия и параметров диодов и транзисторов.

Авторы не ставили своей целью охватить все разделы цифровой схемотехники. В книге достаточно подробно описаны лишь основные цифровые устройства. В заключительной части представлено введение в теорию и практику основ теории логических устройств. К каждой главе даются вопросы и задания для самоконтроля. Отдельной частью выделены лабораторные задания, которые позволят закрепить теоретические знания и дадут навыки построения и расчета схем основных цифровых устройств и схем. В большинстве случаев приводятся примеры построения устройств, что существенно облегчая освоение материала студентами, особенно обучающихся заочно.

В соответствии с программой дисциплин по основам цифровой и вычислительной техники в пособии приведены методические указания по выполнению лабораторных работ фронтальным методом на соответствующих макетах. Для студентов-заочников полезным будет компьютерное моделирование в среде Electronics WORKBENCH.

ГЛАВА I. **ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЛОГИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

1.1. Простейшие логические операции

В логических устройствах сигнал на входе и выходе каскада является двоичным, бинарным. Он может принимать только два значения: логического нуля «0» или логической единицы «1». Значения «0» и «1» являются символическими (условными) и не соответствуют числовым значениям напряжения, выражаемых в вольтах. В реальных цифровых устройствах приходится придавать логическим переменным определённые значения. Например, наличие напряжения на входе или выходе устройства соответствует логической единице «1», а отсутствие – логическому нулю «0».

Проектирование логических устройств проводят с использованием алгебры логики, разработанной в середине XIX века ирландским математиком Джорджем Булем. В булевой алгебре используют двоичную переменную X, удовлетворяющую условию: $X=1$, если $X \neq 0$, и $X = 0$, если$X \neq 1$. С такими переменными можно производить следующие основные логические операции.

Операция дизъюнкции

Эту операцию называют также операцией ИЛИ (операция логического сложения). Для двух переменных (X_1 и X_2) эта операция дает такие результаты:

$$1 + 0 = 1; \quad 0 + 1 = 1; \quad 1 + 1 = 1; \quad 0 + 0 = 0.$$

Операция, например, для первого выражения произносится так: «Единица ИЛИ ноль ЕСТЬ (ЭТО) единица». Под знаком равенства понимается тождественность левой и правой частей. Переменная Y принимает единичное значение, если хотя бы одна из переменных равна единице. Результат операции дизъюнкции, как и других логических операций, удобно отражать с помощью так называемых таблиц истинности, в которых записываются все возможные значения переменных X_1 и X_2, т. е. все возможные их сочетания. В той же таблице приводятся и значения функции Y для данной комбинации логических переменных. Значения функции Y, равные единице, называют истинными, а значения, равные нулю, – ложными. Таблица истинности для операции дизъюнкции соответствует таблице 1.1.

Операция ИЛИ

Таблица 1.1

X_1	X_2	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

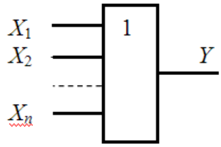

Рис. 1.1. Операция логического сложения

Аналитически операцию дизъюнкции над переменными X_1 и X_2 записывают в виде

$$\mathrm{Y} = \mathrm{X}_1 + X_2 \quad \text{или} \quad \mathrm{Y} = \mathrm{X}_1 \vee X_2 .$$

Условное обозначение логического элемента, выполняющего эту операцию, показано на рис. 1.1. В цифровой электронике принято считать, что слева входы, а справа выходы устройства. Простейшее логическое устройство, выполняющее операцию дизъюнкции над логическими переменными X_1 и X_2, выражаемыми в форме электрических напряжений, представлено на рис. 1.2.

Под единичным уровнем понимают высокий положительный потенциал. Если единичный уровень присутствует хотя бы на одном входе, то через открытый диод VD1 (VD2) это напряжение передается на выход, создавая единичный уровень напряжения.

Операция конъюнкции

Эту операцию называют также операцией И (операцией логического умножения). Аналитически операцию для двух переменных записывают в виде

$$Y = X_1 \bullet X_2 \quad \text{или} \quad Y = X_1 X_2$$

(без точки, изображающей знак логического умножения) или в виде

$$Y = X_1 \Lambda X_2 .$$

Рассмотрим возможные комбинации значений переменных. При операции конъюнкции

$$0 \bullet 0 = 0; \; 0 \bullet 1 = 0; \; 1 \bullet 0 = 0; \; 1 \bullet 1 = 0.$$

Значение функции Y истинно только в том случае, когда переменная X_1 так же, как и переменная X_2, принимает единичное значение. Таблица 1.2 соответствует таблице истинности функции

$$Y = f(X_1, X_2) = X_1 \bullet X_2.$$

Условное обозначение логического элемента, выполняющего операцию конъюнкции, показано на рис. 1.3. Принципиально схема простейшего логического каскада И представлена на рис. 1.4. Если хотя бы на одном входе схемы имеется низкий уровень положительного напряжения, принимаемый за условный нуль, то диод, связанный через катод с этим входом, открыт и напряжение на его аноде, а следовательно, и на выходе устройств равно нулю. Если же на всех входах системы присутствует высокий (единичный) уровень напряжения, то диоды запираются и образуют для источника питания с резистором R делитель напряжения источника питания с коэффициентом передачи близким к единице. На выходе получается высокий уровень, соответствующий логической единице.

Операция И

Таблица 1.2

X_1	X_2	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

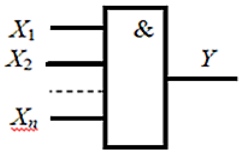

Рис. 1.2. Операция логической конъюнкции

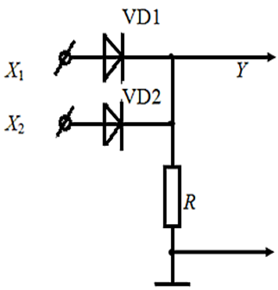

Рис. 1.3. Простейшее логическое устройство, выполняющее операцию дизъюнкции

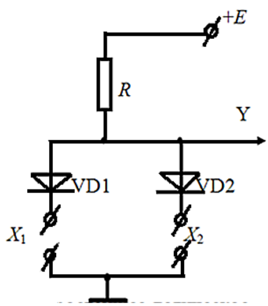

Рис. 1.4. Простейшее логическое устройство, выполняющее операцию конъюнкции

Эту операцию называют операцией НЕ (операцией логического отрицания). Операцию инверсии записывают в виде

$$Y = \overline{X}.$$

Выполняется эта операция над переменной *X*. Таблица истинности для этой операции соответствует таблице 1.3. Таким образом,

$$\overline{1} = 0; \quad \overline{0} = 1.$$

Условное обозначение устройства, выполняющего данную операцию, представлено на рис. 1.5. Здесь и в более сложных логических устройствах кружок в разрыве контура на выходе *Y* условно обозначает инверсность значения *Y* относительно *X*. Схемным примером инвертора могут служить ключевые каскады по схеме с общим эмиттером или общим истоком.

Операция НЕ

Таблица 1.3

X	Y
0	1
1	0

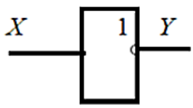

Рис. 1.5. Операция логической конъюнкции

Операции И, ИЛИ, НЕ – примеры простейших булевых функций.

Систему логических элементов И, ИЛИ, НЕ называют функционально полной системой логических элементов, так как с их помощью можно реализовать любую более сложную функцию.

1.2. Двойственность алгебры Буля

Увидеть двойственность можно просто, если проследить за алгоритмом вычисления простейших функций И и ИЛИ.

Рассмотрим функцию И. Здесь, если обе переменные равны 1, то функция X_1X_2=1 истинна. Если же X_1 и X_2 равны нулю, то X_1X_2 – ложна, но $X_1 + X_2$ тоже ложна. Таким образом, для единиц мы имеем функцию И, а для нолей – ИЛИ (рис. 1.6).

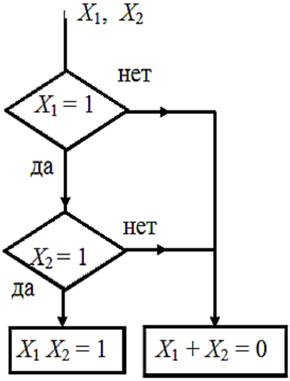

Рис. 1.6. Функция И

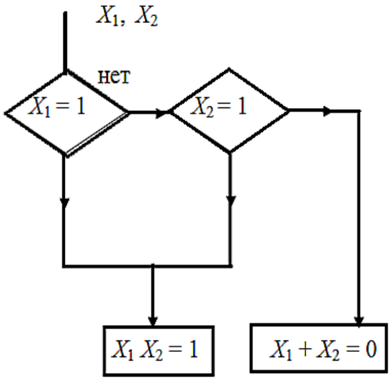

Рис. 1.7. Функция ИЛИ

Функция ИЛИ. Здесь, если X_1=1 или X_2=1 или X_1 и X_2 равны 1, то $X_1 + X_2$=1, т. е. функция истинна, но если X_1=0 и X_2=0, то справедливо и произведение X_1X_2=0. Таким образом, для единиц мы имеет функцию ИЛИ, а для нолей – И (рис. 1.7).

Можно продемонстрировать двойственность и словами на таком примере:

1) в комнате ТЕПЛО, если батарея ВКЛЮЧЕНА И окно ЗАКРЫТО.

2) в комнате НЕ ТЕПЛО, если батарея НЕ ВКЛЮЧЕНА ИЛИ окно НЕ ЗАКРЫТО.

Двойственность: отрицаются аргументы и сама функция, а смысл остается одним и тем же. Возвращаясь к функциям И и ИЛИ, можно сказать, что если $f = X_1 + X_2$, то двойственная к ней $fd = X_1X_2$ получается заменой «+» на «*», и наоборот: $f = X_1X_2$, $fd = X_1 + X_2$.

1.3. Аксиомы и законы алгебры

Аксиомы дизъюнкции.

1. X+0=X. Действительно, если X=0, то 0+0=0, а если X=1, то 1+0=1.

2. X+1=1 – при любом X все определяет 1.

3. X+X=X – 0+0=0, 1+1=1.

4. $X + \overline{X} = 1$.

Аксиомы конъюнкции.

1. $X0=0$ – 00=0, 10=0.

2. $X1=X$ – 01=0, 11=1.

3. $XX=X$ – 00=0, 11=1.

4. $X\overline{X}=0$ – 01=0, 10=0.

Аксиомы под номером 1 называют теоремой объединения, под номером 2 – пересечения, 3 – закон тавтологии, 4 – закон дополнительности.

Аксиомы инверсии.

1. $X=\overline{\overline{X}}$. Словами: «$X$ – это НЕ НЕ Х».

2. $\overline{(X)}=\overline{X}$. Словами: «НЕ от X это НЕ X».

Законы алгебры-логики

1. Закон коммутативности, или переместительный закон

$$X_1+X_2=X_2+X_1,\ X_1\cdot X_2=X_2X_1$$

Справедливость законов можно подтвердить путем подстановки непосредственно значений аргументов, т. е. 1 и 0, перебрав все комбинации.

С точки зрения электроники этот закон позволяет подавать сигналы на любые входы элемента.

2. Закон ассоциативности или сочетательный закон

$$X_1+X_2+X_3=X_1+(X_2+X_3)=(X_1+X_2)+X_3$$

3. Закон дистрибутивности или распределительный закон

$$X_1\cdot(X_2+X_3)=X_1\cdot X_2+X_1\cdot X_3$$

$$X_1+X_2\cdot X_3=(X_1+X_2)\cdot(X_1+X_3).$$

Последняя запись не имеет аналога в математике. Но его справедливость можно доказать. Исходя из справедливости $X_1\cdot(X_2+X_3)=X_1\cdot X_2+X_1\cdot X_3$ для любых значений переменных X_1, X_2 и X_3 используем принцип двойственности для изменения формы записи левой и правой частей. В результате получим: $\overline{X_1}+\overline{X_2}\cdot\overline{X_3}=(\overline{X_1}+\overline{X_2})\cdot(\overline{X_1}+\overline{X_3})$. Введем новые обозначения $\overline{X_1}=A$, $\overline{X_2}=Б$, $\overline{X_3}=В$ и получим А+БВ=(А+Б)(А+В), что полностью совпадает со второй формой записи закона дистрибутивности.

4. Закон поглощения или избыточности

$X_1 + X_1 \bullet X_2 = X_1$, а в двойственной форме $X_1 (X_1 + X_2) = X_1$. Докажем. $X_1 + X_1 \bullet X_2 = X_1 (1 + X_2)$ – по аксиоме пересечения $1 + X_2 = 1$ и $X_1 \bullet 1 = X_1$, то $X_1 + X_1 \bullet X_2 = X_1$. Соответственно для второго

$$X_1(X_1+X_2)=X_1\cdot X_1+X_1\cdot X_2=X_1+X_1\cdot X_2=X_1\cdot(1+X_2)=1+X_2=1=X_1\cdot 1=X_1\cdot$$

5. Закон склеивания

$$X_1X_2+\overline{X_1}\cdot X_2=X_2$$

$$(X_1+X_2)\cdot(\overline{X_1}+X_2)=X_2$$

Первому члену можно поставить в соответствие лист бумаги, на одной стороне которого написано X_1, а на другой стороне – X_2. Второму члену соответствует лист с надписями $\overline{X_1}$ и X_2. При склеивании заклеивается меняющаяся величина X_1. Докажем эти соотношения

$X_1\cdot X_2+\overline{X}1+X_2=\overline{X_1}\quad X_2\cdot(X_1+\overline{X}1)$ т.к. $X_1+\overline{X}1=1$, то

Аналогично

$$(X_1+X_2)\cdot(X_2+\overline{X}1)=X_1\cdot\overline{X}1+X_1\cdot X_2+X_2\cdot\overline{X}1+X_2\cdot X_2=|X_1+\overline{X}1=0,X_2\cdot X_2=X_2|=$$

$$=X_2+X_2\cdot(X_1+\overline{X}1)=|X_1+\overline{X}1=1,X_2\cdot 1=X_2|=X_2+X_2=X_2$$

6. Правило де Моргана

$\overline{X_1+X_2}=\overline{X_1}\cdot\overline{X_2}$ – отрицание дизъюнкции есть конъюнкция отрицаний.

$\overline{X_1\cdot X_2}=\overline{X_1}+\overline{X_2}$ – отрицание конъюнкции есть дизъюнкция отрицаний.

Справедливость вытекает из принципа двойственности, т. е. получая из ИЛИ И путем замены переменных на инверсные и знака (+) на (*).

Так, для нескольких переменных правило будет

$$\overline{X_1+X_2+X_3+\ldots+X_{\text{ь}}}=\overline{X_1}\cdot\overline{X_2}\cdot\overline{X_3}\cdot\ldots\cdot\overline{X_{\text{ь}}}$$

$$\overline{X_1\cdot X_2\cdot X_3\cdot\ldots\cdot X_{\text{ь}}}=\overline{X_1}+\overline{X_2}+\overline{X_3}\ldots+\overline{X_{\text{ь}}}$$

$$X_1+X_2+X_3+\ldots+X_{\text{ь}}=\overline{\overline{X_1}\cdot\overline{X_2}\cdot\overline{X_3}\cdot\ldots\cdot\overline{X_{\text{ь}}}}$$

$$X_1\cdot X_2\cdot X_3\cdot\ldots\cdot X_{\text{ь}}=\overline{\overline{X_1}+\overline{X_2}+\overline{X_3}+\ldots+\overline{X_{\text{ь}}}}\ \text{или}$$