



Г. Н. Черкесов

# Оценка надежности систем с учетом ЗИП

- Запасное имущество и принадлежности (ЗИП)
- Расчет надежности изделий с использованием показателей достаточности
- Оптимизация комплектов ЗИП по критерию достаточности
- Надежность систем при периодическом и непрерывном пополнении запасов
- Надежность систем при периодическом пополнении запасов с экстренными доставками
- Оптимизация комплектов ЗИП-0 по критерию надежности



Г. Н. Черкесов

# **Оценка надежности систем с учетом ЗИП**

Допущено Учебно-методическим объединением вузов  
по университетскому политехническому образованию в качестве  
учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся  
по направлению 230100 "Информатика и вычислительная техника"

Санкт-Петербург  
«БХВ-Петербург»

2012

УДК 681.3.06+519(076.1)  
ББК 32.973я73  
Ч-48

### **Черкесов Г. Н.**

Ч-48 Оценка надежности систем с учетом ЗИП: учеб. пособие. — СПб.: БХВ-Петербург, 2012. — 480 с.: ил. + CD-ROM —  
(Учебная литература для вузов)

ISBN 978-5-9775-0634-2

Излагаются основы теории надежности систем, в которых восстановление работоспособности осуществляется с помощью замены отказавших элементов на запасные из комплектов ЗИП. Наряду с приближенной методикой, использующей известные результаты для ремонтируемых систем, рассматриваются методы точного расчета надежности путем прямого включения запасных элементов в модель как ресурса обеспечения надежности. Материал иллюстрирован многочисленными примерами учебного характера и фрагментами реальных проектов.

Прилагаемый CD содержит практические и учебные примеры к соответствующим главам книги, демонстрационную версию программы «Интеллект-ЗИП» и сведения о ней.

*Для студентов технических вузов, инженеров и специалистов,  
работающих в области разработки цифровой аппаратуры*

УДК 681.3.06+519(076.1)  
ББК 32.973я73

### **Группа подготовки издания:**

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. главного редактора	<i>Евгений Рыбаков</i>
Зав. редакцией	<i>Елена Васильева</i>
Редактор	<i>Григорий Добин</i>
Компьютерная верстка	<i>Ольги Сергиенко</i>
Корректор	<i>Зинаида Дмитриева</i>
Дизайн серии	<i>Инны Тачиной</i>
Оформление обложки	<i>Марины Дамбиевой</i>
Фото	<i>Кирилла Сергеева</i>

### **Рецензенты:**

*Р. М. Юсупов*, чл.-кор. РАН, д-р техн. наук, проф., заслуженный деятель науки РФ, директор СПИИРАН

*И. Г. Черноуцкий*, д-р техн. наук, проф., декан факультета технической кибернетики, завкафедрой информационных и управляющих систем СПбГПУ

*К. С. Хомяков*, канд. техн. наук, доц. кафедры "Компьютерные системы и сети" МГТУ им. Н. Э. Баумана

Подписано в печать 30.04.12.

Формат 70×100<sup>1/16</sup>. Печать офсетная. Усл. печ. л. 38,7.

Тираж 1000 экз. Заказ №

"БХВ-Петербург", 190005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29.

Первая Академическая типография "Наука"  
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12/28

ISBN 978-5-9775-0634-2

© Черкесов Г. Н., 2012

© Оформление, издательство "БХВ-Петербург", 2012

# Оглавление

<b>Введение</b> .....	<b>13</b>
<b>Глава 1. Запасное имущество и принадлежности (ЗИП):</b>	
<b>основные понятия</b> .....	<b>17</b>
1.1. Назначение ЗИП. Его роль в современной концепции технического обслуживания.....	17
1.2. Структура системы ЗИП .....	19
1.2.1. Одиночный комплект ЗИП (ЗИП-О).....	19
1.2.2. Групповой комплект ЗИП (ЗИП-Г).....	20
1.2.3. Двухуровневая система ЗИП (ЗИП-2У).....	20
1.2.4. Многоуровневая система ЗИП (ЗИП-МУ).....	20
1.3. Стратегии пополнения ЗИП.....	20
1.3.1. Периодическое пополнение ( $\alpha = 1$ ).....	20
1.3.2. Периодическое пополнение с экстренными доставками ( $\alpha = 2$ ).....	21
1.3.3. Непрерывное пополнение ( $\alpha = 3$ ).....	21
1.3.4. Пополнение по уровню ( $\alpha = 4$ ).....	21
1.4. Показатели достаточности комплектов ЗИП .....	22
1.4.1. Коэффициент готовности ЗИП .....	22
При периодическом пополнении ( $\alpha = 1$ ).....	22
При периодическом пополнении с экстренной доставкой ( $\alpha = 2$ ).....	24
При непрерывном пополнении ( $\alpha = 3$ ).....	26
При пополнении по уровню $m$ ( $\alpha = 4$ ) и $L$ запасных частях в комплекте ЗИП.....	26
1.4.2. Средняя задержка в выполнении заявки на ЗЧ .....	30
1.4.3. Вероятность достаточности ЗИП .....	31
1.5. Потребление запасных частей в однофункциональных и многофункциональных системах.....	32
1.5.1. Режим длительного непрерывного применения (НПДП) .....	33
1.5.2. Режим многократного циклического применения (МКЦП) .....	34
1.6. Учет отказов запасных частей при хранении в показателях достаточности ЗИП.....	35
1.6.1. Нерезервированная система.....	35
При периодическом пополнении .....	35
При периодическом пополнении с экстренными доставками.....	35
При непрерывном пополнении .....	36

1.7. Учет пополнения комплекта ЗИП за счет ремонтного органа.....	37
1.7.1. Последовательно-параллельная система с облегченным резервом с дробной кратностью и отказами ЗЧ при хранении (модель 1.3.1).....	38
1.7.2. Последовательно-параллельная система с облегченным резервом с дробной кратностью и безотказными запасными частями при хранении (модель 1.3.2).....	39
1.7.3. Последовательно-параллельная система с ненагруженным резервом и безотказными запасными частями при хранении (модель 1.3.3).....	40
1.7.4. Резервированная система с облегченным резервом с дробной кратностью и отказами ЗЧ при хранении (модель 1.2.1) .....	40
1.7.5. Резервированная система с облегченным резервом с дробной кратностью и безотказными запасными частями при хранении (модель 1.2.2).....	40
1.7.6. Резервированная система с ненагруженным резервом с дробной кратностью и безотказными запасными частями при хранении (модель 1.2.3).....	41
1.7.7. Последовательная система с отказами ЗЧ при хранении (модель 1.1.1) .....	41
1.7.8. Последовательная система с безотказными запасными частями при хранении (модель 1.1.3) .....	41
1.8. Заключение.....	41
1.9. Вопросы для самоконтроля .....	42

<b>Глава 2. Расчет надежности изделий с использованием показателей достаточности комплектов ЗИП .....</b>	<b>43</b>
2.1. Общие положения.....	43
2.2. Оценка показателей надежности нерезервированных систем .....	45
2.2.1. Показатели безотказности.....	45
2.2.2. Показатели готовности.....	46
2.3. Оценка показателей надежности однородных резервированных систем .....	46
2.3.1. Дублированная система (модель 2).....	47
2.3.2. Мажорированная система (модель 3) .....	48
2.3.3. Система с групповым дублированием (модель 4).....	48
При периодическом пополнении (ПП).....	49
При стратегии ПЭД.....	49
При стратегиях НП и ПУ .....	49
2.3.4. Система с групповым мажорированием (модель 5) .....	50
2.3.5. Последовательное соединение двух дублированных подсистем (модель 6).....	51
2.3.6. Последовательное соединение двух мажорированных подсистем (модель 7).....	51
2.3.7. Последовательное соединение дублированной, мажорированной и нерезервированной подсистем (модель 8).....	52
2.3.8. Резервирование по схеме «1 из 3» (модель 9) .....	53
2.3.9. Последовательное соединение двух мажорированных и дублированной подсистем (модель 10).....	54
2.3.10. Дублирование структур типа модели 4 (модель 11).....	54
2.3.11. Дублирование структур типа модели 6 (модель 12).....	55
2.3.12. Дублирование структур типа модели 7 (модель 13).....	56
2.4. Оценка показателей надежности неоднородных резервированных систем .....	57
2.4.1. Неоднородная дублированная система с однородными ветвями (модель М2-Н).....	57
2.4.2. Неоднородная дублированная система с одной однородной и одной неоднородной ветвями (модель М2-НН).....	58
2.4.3. Дублированная система с одинаковыми неоднородными ветвями (модель 14) .....	59

2.4.4. Дублированная система с различными неоднородными ветвями (модель 15) .....	61
2.4.5. Система с групповым дублированием и однородными ветвями (модель 16) .....	63
2.5. Заключение.....	65
2.6. Вопросы для самоконтроля .....	65

### **Глава 3. Проектирование и оптимизация комплектов ЗИП**

<b>по критерию достаточности .....</b>	<b>66</b>
3.1. Общие положения.....	66
3.1.1. Нормируемый показатель надежности — вероятность безотказной работы изделия. Нормируемый показатель достаточности — вероятность достаточности .....	67
3.1.2. Нормируемый показатель надежности — вероятность безотказной работы изделия. Нормируемый показатель достаточности — коэффициент готовности ЗИП. Изделие содержит только нерезервированные модули .....	67
3.1.3. Нормируемый показатель надежности — вероятность безотказной работы изделия. Нормируемый показатель достаточности — коэффициент готовности ЗИП. Изделие содержит только резервированные модули .....	68
3.1.4. Нормируемый показатель надежности — вероятность безотказной работы изделия. Нормируемый показатель достаточности — коэффициент готовности ЗИП. Изделие содержит нерезервированные и резервированные модули .....	68
3.1.5. Нормируемый показатель надежности — средняя наработка до отказа изделия. Нормируемый показатель достаточности — коэффициент готовности ЗИП .....	69
3.1.6. Нормируемый показатель надежности — коэффициент готовности изделия. Нормируемый показатель достаточности — коэффициент готовности ЗИП.....	69
3.1.7. Нормируемый показатель надежности — коэффициент готовности изделия. Нормируемый показатель достаточности — среднее время задержки в выполнении заявки на ЗЧ.....	69
3.2. Оценка и оптимизация комплекта одиночного ЗИП (ЗИП-О) по показателям достаточности .....	70
3.2.1. Оценка и оптимизация комплекта ЗИП-О по показателям достаточности при заданной стратегии пополнения запасов .....	70
Расчет базового комплекта .....	70
Оптимизация комплекта ЗИП .....	72
Оценка запасов в комплекте ЗИП-О .....	72
Расчет запасов в комплекте ЗИП .....	73
3.2.2. Оценка и оптимизация комплекта ЗИП-О по показателям достаточности при варьировании стратегии пополнения запасов .....	74
3.3. Оценка и оптимизация комплекта группового ЗИП (ЗИП-Г) по показателям достаточности .....	75
3.3.1. Модели функционирования группового ЗИП .....	75
Модель 1 .....	75
Модель 2 .....	75
Модель 3 .....	76
3.3.2. Оценка запасов в комплекте группового ЗИП .....	76
Непосредственное обслуживание образцов аппаратуры .....	76
Обслуживание комплектов одиночного ЗИП (модель 2).....	77
3.3.3. Расчет и оптимизация запасов в комплекте ЗИП-Г по критерию суммарных затрат при нормировании ПД .....	86
Расчет запасов в комплекте ЗИП-Г, обеспечивающий заданный ПД с учетом затрат .....	86
Расчет оптимальных запасов в комплекте ЗИП-Г .....	87

3.4. Оценка и оптимизация двухуровневой системы ЗИП (ЗИП-2У) по показателям достаточности .....	90
3.4.1. Модели функционирования системы ЗИП (ЗИП-2У).....	90
Модель 1 .....	90
Модель 2 .....	90
3.4.2. Непосредственное обслуживание образцов аппаратуры (модель 1).....	91
Периодическое пополнение (модель 1.1).....	91
Периодическое пополнение с экстренными доставками (модель 1.2) .....	91
Непрерывное пополнение (модель 1.3).....	93
Пополнение по уровню (модель 1.4) .....	93
3.4.3. Обслуживание комплектов одиночного ЗИП (модель 2).....	93
Периодическое пополнение ЗИП-О (модель 2.1).....	93
Периодическое пополнение с экстренными доставками (модель 2.2) .....	93
Непрерывное пополнение (модель 2.3).....	94
Пополнение по уровню (модель 2.4) .....	96
3.5. Заключение.....	96
3.6. Вопросы для самоконтроля .....	97

## **Глава 4. Логико-вероятностное описание систем при использовании ЗИП..... 98**

4.1. Классификация систем по структурным признакам .....	98
Пример 4.1 .....	100
4.2. Модели и методы анализа надежности невосстанавливаемых систем с последовательно-параллельной структурой .....	104
4.2.1. Исчисление вероятностей в схеме независимых событий .....	105
Общее нагруженное резервирование с целой кратностью (см. рис. 4.8, а) .....	105
Общее нагруженное резервирование с дробной кратностью (см. рис. 4.8, б) .....	106
Раздельное нагруженное резервирование .....	106
4.2.2. Марковская модель.....	107
4.2.3. Композиция распределений.....	110
4.2.4. Логико-вероятностное описание последовательно-параллельных систем .....	110
4.3. Модели и методы анализа надежности невосстанавливаемых систем со сложной структурой.....	111
4.3.1. Метод перебора гипотез для систем с однородной структурой .....	111
Пример 4.2 .....	112
4.3.2. Метод эквивалентных схем.....	112
Пример 4.3 .....	113
Пример 4.4 .....	113
4.3.3. Логико-вероятностный метод.....	114
Теорема 1 .....	115
Пример 4.5 .....	115
Теорема 2 .....	115
Пример 4.6 .....	116
Теорема 3 .....	116
Алгоритм разрезания .....	116
Пример 4.7 .....	117
Алгоритм ортогонализации.....	117
Пример 4.8 .....	117
4.3.4. Решение систем логических уравнений.....	118
Пример 4.9 .....	119

4.4. Модифицированный логико-вероятностный метод .....	119
Теорема 1 .....	120
Пример 4.10 .....	120
Теорема 2 (первая теорема разложения).....	120
Теорема 3 .....	121
Пример 4.11 .....	121
Теорема 4 .....	121
Теорема 5 (вторая теорема разложения).....	122
Пример 4.12 .....	122
Теорема 6 (третья теорема разложения) .....	123
Пример 4.13 .....	123
Теорема 7 (четвертая теорема разложения) .....	123
Пример 4.14 .....	124
4.5. Применение модифицированного ЛВМ для расчета надежности систем с ветвящейся структурой.....	124
4.5.1. Классификация ветвящихся структур .....	124
4.5.2. Расчет надежности и выбор структурных параметров многосвязных систем при полном оповещении о состоянии сети.....	129
Многосвязная система первого класса .....	130
Многосвязная система второго класса .....	131
Многосвязная система третьего класса.....	131
4.5.3. Расчет надежности многосвязных систем при неполном оповещении о состоянии сети .....	131
Система с оповещением о состоянии выходящих линий связи .....	132
Система с оповещением о состоянии прямой линии связи .....	132
4.5.4. Распределение числа работоспособных ветвей при полном оповещении о состоянии сети .....	133
Этап 1. Запись логической функции работоспособности одной ветви.....	134
Этап 2. Составление СФФВ для одной ветви .....	134
Этап 3. Составление производящего полинома для одной ветви .....	134
Этап 4. Возведение производящего полинома в степень .....	134
Этап 5. Замещение логических переменных, относящихся к $n - 1$ ярусу .....	135
Этап 6. Возведение в степень и замещение логических переменных, относящихся к старшим ярусам.....	135
4.5.5. Распределение числа работоспособных ветвей при неполном оповещении о состоянии сети .....	136
4.6. Применение логико-вероятностных методов для анализа надежности систем при наличии ЗИП .....	136
4.6.1. Коэффициент готовности систем .....	137
4.6.2. Средняя наработка системы до отказа .....	137
4.6.3. Средняя наработка на отказ .....	138
4.6.4. Вероятность безотказной работы .....	138
4.7. Заключение.....	138
4.8. Вопросы для самоконтроля .....	139

<b>Глава 5. Надежность однофункциональных систем при периодическом пополнении запасов в комплекте ЗИП-О.....</b>	<b>141</b>
5.1. Общие положения.....	141
5.2. Расчет надежности последовательной однородной системы (модель П1).....	142
5.2.1. Показатели безотказности.....	143
5.2.2. Показатели готовности.....	145



5.3. Расчет надежности однофункциональных систем с последовательно-параллельной структурой и однородными резервированными группами. Общий случай.....	147
5.3.1. Вероятность безотказной работы .....	148
Дифференциальный метод .....	148
Интегральный метод .....	149
5.3.2. Частота и интенсивность отказов .....	151
5.3.3. Средняя наработка до отказа .....	152
5.3.4. Коэффициент готовности и коэффициент оперативной готовности.....	152
5.3.5. Показатели надежности системы с последовательным соединением резервированных групп.....	153
5.4. Дублированная система (модель П2).....	154
5.5. Мажорированная система (модель П3) .....	160
5.6. Последовательное соединение дублированной и нерезервированной подсистем (модель П4) .....	162
5.7. Последовательное соединение мажорированной и нерезервированной подсистем (модель П5) .....	168
5.8. Последовательное соединение двух дублированных и нерезервированной подсистем (модель П6) .....	172
5.9. Последовательное соединение двух мажорированных и нерезервированной подсистем (модель П7).....	179
5.10. Последовательное соединение дублированной, мажорированной и нерезервированной подсистем (модель П8).....	186
5.11. Резервирование по схеме «один из $m$ » (модель П9) .....	198
5.12. Последовательное соединение дублированной и троированной подсистем (модель П10) .....	203
5.13. Дублирование структур типа П4 (модель П11).....	209
5.14. Дублирование структур типа П6 (модель П12).....	212
5.15. Дублирование структур типа П7 (модель П13).....	217
5.16. Неоднородные системы с независимыми однородными подсистемами .....	220
5.16.1. Неоднородная дублированная система с однородными ветвями (модель П2-Н) .....	220
5.16.2. Неоднородная дублированная система с неоднородными ветвями (модель П2-НН) .....	222
5.17. Общее дублирование неоднородных систем (модель П14).....	223
5.18. Неоднородная дублированная система с различными зависимыми ветвями (модель П15) .....	230
5.19. Система с неоднородным групповым дублированием (модель П16) .....	234
5.20. Системы со сложной структурой (модель П17) .....	243
Пример 5.1 .....	244
Пример 5.2.....	248
5.21. Вопросы для самоконтроля .....	255

## **Глава 6. Надежность многофункциональных систем при периодическом пополнении запасов в комплекте ЗИП-О..... 257**

6.1. Общие положения.....	257
6.1.1. Приближенные оценки первого типа .....	258
6.1.2. Приближенные оценки второго вида .....	259
6.1.3. Точные методы расчета надежности.....	260
Дифференциальный метод .....	260
Интегральный метод .....	262

6.2. Последовательная система (модель МП1).....	263
6.3. Дублированная система (модель МП2) .....	268
6.4. Мажорированная система (модель МП3).....	272
6.5. Последовательное соединение дублированной и нерезервированной подсистем (модель МП4).....	276
6.6. Последовательное соединение мажорированной и нерезервированной подсистем (модель МП5).....	280
6.7. Последовательное соединение двух дублированных и нерезервированной подсистем (модель МП6).....	283
6.8. Последовательное соединение двух мажорированных и нерезервированной подсистем (модель МП7) .....	289
6.9. Последовательное соединение дублированной, мажорированной и нерезервированной подсистем (модель МП8) .....	294
6.10. Последовательное соединение резервированной по схеме «один из $m$ » и нерезервированной подсистем (модель МП9) .....	298
6.11. Последовательное соединение дублированной и троированной подсистем (модель МП10).....	306
6.12. Дублирование структур типа МП4 (модель МП11).....	310
6.13. Дублирование структур типа МП6 (модель МП12).....	313
6.14. Дублирование структур типа МП7 (модель МП13).....	316
6.15. Общее дублирование неоднородных систем (модель МП14).....	319
6.16. Неоднородная дублированная система с различными ветвями (модель МП15).....	322
6.17. Система с неоднородным групповым дублированием (модель МП16).....	326
6.18. Пример расчета надежности многофункциональной системы при ограниченном комплекте ЗИП.....	331
6.19. Вопросы для самоконтроля .....	342

<b>Глава 7. Надежность многофункциональных систем при непрерывном пополнении запасов в комплекте ЗИП-О.....</b>	<b>344</b>
7.1. Общие положения.....	344
7.2. Последовательная система (модель МН1).....	345
7.3. Дублированная система (модель МН2) .....	347
7.4. Мажорированная система (модель МН3).....	349
7.5. Последовательное соединение дублированной и нерезервированной подсистем (модель МН4).....	351
7.5.1. Частичная реконфигурация.....	353
7.5.2. Полная реконфигурация.....	354
7.6. Последовательное соединение мажорированной и нерезервированной подсистем (модель МН5).....	356
7.7. Последовательное соединение двух дублированных подсистем (модель МН6).....	359
7.7.1. Частичная реконфигурация.....	361
7.7.2. Групповая реконфигурация.....	362
7.7.3. Полная реконфигурация .....	363
7.8. Последовательное соединение двух мажорированных подсистем (модель МН7) .....	364
7.8.1. Частичная реконфигурация.....	366
7.8.2. Групповая реконфигурация.....	367
7.8.3. Полная реконфигурация.....	368
7.9. Последовательное соединение мажорированной, дублированной и нерезервированной подсистем (модель МН8) .....	369

7.10. Общее резервирование с целой кратностью (модель МН9) .....	372
7.11. Последовательное соединение дублированной подсистемы и подсистемы с общим резервированием с целой кратностью (модель МН10).....	376
7.12. Система с общим дублированием частично резервированной подсистемы (модель МН11).....	380
7.13. Дублирование структур типа МН6 (модель МН12).....	386
7.14. Вопросы для самоконтроля .....	390

## **Глава 8. Надежность однофункциональных систем при периодическом пополнении запасов с экстренными доставками..... 391**

8.1. Стратегии пополнения комплекта ЗИП .....	391
8.2. Методы расчета надежности однородных систем при различных стратегиях пополнения типа ПЭД (класс ХХ1).....	392
8.2.1. Класс 111 .....	392
Оценка 1 (экспоненциальная модель) .....	395
Оценка 2 (по медленному движению).....	395
Оценка 3 .....	396
8.2.2. Класс 121 (одиночная ЭД после отказа системы).....	397
8.2.3. Класс 211 (полная экстренная доставка после отказа комплекта ЗИП).....	397
Показатели безотказности .....	398
Показатели готовности .....	399
8.2.4. Класс 221 (одиночная ЭД после отказа комплекта ЗИП).....	401
Показатели безотказности .....	401
Показатели готовности .....	401
8.3. Нерезервированная система (модель ПЭД1).....	401
8.3.1. Стратегия Х11 (полная ЭД) .....	402
Оценки 1, 2 и 3.....	402
8.3.2. Стратегия Х21 (одиночная ЭД) .....	405
8.4. Дублированная система (модель ПЭД2).....	406
8.4.1. Стратегия 111 .....	406
Оценка 1 (экспоненциальная модель) .....	407
Оценка 2 (по медленному движению).....	408
8.4.2. Стратегия 121 (одиночная ЭД).....	411
8.4.3. Стратегия 211 .....	412
Показатели безотказности .....	412
Показатели готовности .....	414
8.4.4. Стратегия 221(одиночная ЭД по отказу ЗИП) .....	418
Показатели безотказности .....	418
Показатели готовности .....	420
8.5. Мажорированная система (модель ПЭД3) .....	423
8.5.1. Стратегия 111 .....	423
Оценка 1 (экспоненциальная модель) .....	426
Оценка 2 (по медленному движению).....	426
8.5.2. Стратегия 121 (одиночная ЭД).....	428
8.5.3. Стратегия 211 .....	429
Показатели безотказности .....	429
Показатели готовности .....	432

8.5.4. Стратегия 221 (одиночная ЭД по отказу ЗИП) .....	435
Показатели безотказности .....	435
Показатели готовности .....	436
8.6. Вопросы для самоконтроля .....	438
<b>Глава 9. Оптимизация комплектов ЗИП-О по критерию надежности .....</b>	<b>439</b>
9.1. Постановка задачи .....	439
9.1.1. Нормируемый показатель надежности — вероятность безотказной работы изделия .....	441
9.1.2. Нормируемый показатель надежности — средняя наработка до отказа изделия .....	441
9.1.3. Нормируемый показатель надежности — коэффициент готовности изделия .....	441
9.2. Оптимизация комплекта ЗИП-О по показателям надежности при заданных способах пополнения запасов .....	442
9.2.1. Расчет базового комплекта .....	442
9.2.2. Оптимизация комплекта ЗИП .....	443
9.2.3. Оценка запасов в комплекте ЗИП-О .....	444
9.2.4. Расчет запасов в комплекте ЗИП .....	445
Пример 9.1 .....	445
9.3. Оптимизация комплекта ЗИП-О по показателям надежности при варьировании стратегии пополнения запасов .....	447
Пример 9.2 .....	448
9.4. Средства программной поддержки расчетов и оптимизации комплектов ЗИП-О по критерию надежности .....	450
9.5. Пример расчета и оптимизации комплекта ЗИП-О с помощью программы «Интеллект-ЗИП» .....	453
<b>Основные обозначения и сокращения .....</b>	<b>467</b>
<b>Описание компакт-диска .....</b>	<b>471</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>472</b>

# Введение

Запасное имущество и принадлежности (ЗИП) как ресурс обеспечения надежности занимает значительное место в практике проектирования и эксплуатации технических изделий в течение, по крайней мере, последних 50 лет. Однако в теории надежности восстанавливаемых систем проблематика ЗИП представлена слабо. Теория надежности рассматривает восстановление работоспособности путем ремонта. Ремонт как способ восстановления работоспособности на самом деле не является универсальным способом по ряду причин. Известно достаточно большое количество различных по масштабам и назначению систем, в том числе систем управления, для которых не удается организовать восстановление работоспособности путем ремонта. Во-первых, далеко не всегда на месте эксплуатации может быть развернута ремонтная база. Это относится не только к системам, имеющим серьезные ограничения по весу и габаритам, например к бортовым системам, но и ко многим системам военного назначения, системам управления на транспорте, системам, эксплуатируемым в малонаселенных труднодоступных регионах страны. Во-вторых, при современном высокотехнологичном производстве ремонт часто невозможен или экономически нецелесообразен вне крупных хорошо оснащенных специализированных предприятий.

При использовании ЗИП восстановление работоспособности сводится к замене отказавшего модуля (составной части) на работоспособную запасную часть (ЗЧ), что вполне может быть выполнено эксплуатационным персоналом. В этом случае возникает другая проблема. По соображениям ограничений на суммарную стоимость запасных частей не удается создать такие большие начальные запасы модулей, которые позволяли бы гарантированно иметь ЗЧ при любом отказе в системе. Это значит, что кроме ранее указанной причины отказа резервированной системы (новый отказ до завершения восстановления) появляется и другая причина, а именно отсутствие в комплекте ЗИП необходимой ЗЧ. Поскольку время пополнения запасов в комплекте существенно превышает допустимое время восстановления работоспособности, изделие после исчерпания запасов становится фактически невозстанавливаемым по отказам данного типа до ближайшего регламентного или случайного момента пополнения комплекта ЗИП.

Впервые понятие запасного элемента введено еще в 1964 году в книге [84], где рассмотрена экспоненциальная модель надежности с непополняемым комплектом ЗИП. Модель надежности дублированной системы с непополняемым или периодически пополняемым комплектом ЗИП рассмотрена в [14]. Способы пополнения запасов и показатели достаточности комплектов ЗИП довольно широко обсуждаются в конце 1960-х годов [16, 35–38, 64]. Методика [25] является, по-видимому, первым в нашей стране нормативным документом по расчету потребности в запасных частях (ЗЧ). В 1970-х годах опубликовано значительное количество работ [2, 6, 8, 19–21, 39, 42–43, 57, 58, 61, 62, 85–86], детализирующих стратегии пополнения запасов и предлагающие модели их учета при оценке характеристик комплектов ЗИП. Стратегия периодического пополнения запасов обсуждается в работах Пославско-

го О. Ф. [31, 40], Сафарова Б. Г. [52, 54, 56], Шура-Бура А. Э. [29, 86]. Стратегия периодического пополнения запасов с экстренными доставками обсуждается в работе [53], стратегия непрерывного пополнения рассмотрена в [85]. Широкий круг моделей функционирования ЗИП, в том числе при стратегиях периодического пополнения с экстренными доставками и пополнения по уровню, представлен в [29, 87]. Вопросы оптимизации рассмотрены в работах [1, 9, 17, 19, 20, 44, 51, 59]. В 1985 году Госстандарт СССР опубликовал для использования при разработке и эксплуатации техники Руководящий документ [4], содержащий методики оценки и расчета запасов в комплекте ЗИП. Проблема ЗИП нашла отражение и в десятичном справочнике по надежности [30]. Научные достижения теории ЗИП закреплены в нормативных документах [10, 11, 41].

При всем разнообразии вариантов структуры запасов, стратегий пополнения и моделей функционирования ЗИП, рассмотренных в опубликованных работах, постановки задач и способы их решения имеют много общего. Для наиболее известных и широко используемых в промышленности методик, нашедших отражение в работах [4, 29, 41], идея учета ЗИП при оценке надежности сводится к следующему.

На основе данных о структуре системы, режимах ее функционирования, перечнях элементов, значениях показателей надежности элементов определяются параметры (интенсивности) потоков заявок в комплекты ЗИП на поставку ЗЧ каждого типа. Если для каждого типа запасов известны стратегия пополнения и параметры стратегии, то находят значения установленного показателя достаточности (ПД) для каждого типа запасов и для всего комплекта ЗИП в целом.

Расчетом ПД не заканчивается решение задачи. В государственном стандарте есть норма, согласно которой номенклатура и количество ЗЧ при заданной стратегии пополнения должны рассчитываться с учетом требований к надежности изделия. Поэтому полученные значения ПД используются далее для коррекции параметров модели надежности восстанавливаемой системы. В качестве последней выбирают подходящую модель надежности системы, восстанавливаемой путем ремонта с неограниченным ресурсом, и проводят расчет показателей надежности (ПН) при скорректированных параметрах модели. Эти значения должны удовлетворять требованиям к надежности изделия.

Способ учета ПД при расчете ПН зависит от наличия или отсутствия структурного резервирования. Для нерезервированных систем ПН системы с учетом ЗИП находят как произведение ПН при неограниченном комплекте ЗИП и ПД используемого фактически комплекта ЗИП. Для структурно резервированных систем учет ЗИП проводят путем коррекции среднего времени восстановления по известному значению ПД комплекта ЗИП.

Методики расчета, основанные на коррекции модели надежности с неограниченным комплектом ЗИП, имеют свои достоинства и недостатки. Несомненным достоинством является их значительная универсальность, т. к. они позволяют использовать весь накопленный арсенал моделей надежности систем с восстановлением путем ремонта [7, 46, 84, 98–113]. Вместе с тем, они являются приближенными и содержат методическую погрешность. Поэтому вполне естественно поинтересоваться величиной и знаком погрешности, т. к. возможны ошибки первого и второго рода. Если расчеты дают нижнюю оценку точного значения ПН типа вероятности безотказной работы или средней наработки до отказа, то могут возникать избыточный запас элементов и некоторые экономические потери на создание дополнительного запаса элементов. Если же оценка, напротив, верхняя, то созданный комплект ЗИП фактически не обеспечивает необходимую надежность и изделие не удовлетворяет требованиям к надежности.

Используемые в настоящее время в промышленности методики расчета надежности восстанавливаемых систем при наличии ЗИП являются приближенными, имеющими знакопере-

менную погрешность, значение которой не известно как по знаку, так и по абсолютной величине.

Выборочная проверка точности показывает, что существуют области применения, где погрешность достигает сотен и тысяч процентов: системы с групповым дублированием, дублированные системы при оценке показателей готовности.

Методика содержит несколько источников погрешности: разделение задач расчета показателей достаточности и показателей надежности, погрешность пересчета показателей достаточности, различия в способах соединения показателей достаточности и показателей надежности для нерезервированных и резервированных систем. Этот вид погрешности проявляется в том случае, когда в однородной подсистеме только часть элементов резервирована.

Следует обратить внимание на одно важное обстоятельство. Существует распространенное мнение о том, что приближенная методика [4, 29] обладает универсальностью благодаря использованию арсенала моделей надежности ремонтируемых систем с неограниченным ресурсом восстановления. На самом деле это не совсем так. Фактически методика позволяет найти показатели надежности для однофункциональных систем последовательно-параллельного типа, в которых последовательно соединены однородные подсистемы, в каждой из которых используются однотипные элементы и известна схема резервирования.

В других случаях, например в неоднородных резервированных системах последовательно-параллельного типа, возникают существенные трудности. Яркой иллюстрацией этих трудностей является пример расчета, рассмотренный в работах [3, 73].

Существуют области, которые вообще не охвачены приближенными методиками: системы со сложной структурой («мостиковые» структуры), многофункциональные структуры в полном объеме.

В приближенных методиках возникает еще одна трудность. Для расчета состава комплекта ЗИП необходимо знать нормативное значение показателя достаточности, с которым сравнивается фактическое значение при известном составе комплекта ЗИП. Поскольку нормативные значения не являются самостоятельными и должны рассчитываться исходя из требований к надежности, возникает непростая задача вычисления нормативного значения показателя достаточности по заданным нормативным значениям показателя надежности. Эта задача становится особенно сложной для структурно резервированных систем.

Широкое распространение ЗИП как способа восстановления работоспособности, большая практическая значимость оценок надежности систем с ЗИП, тяжелые последствия оценок показателей надежности с погрешностью, исчисляемой десятками, сотнями и даже тысячами процентов, требуют разработки нового раздела в теории надежности, а именно теории надежности систем с восстановлением с помощью ЗИП.

Идея построения этого раздела состоит в прямом включении ресурсов ЗИП в модели надежности. Это позволяет исключить методическую погрешность, характерную для приближенных методик [4, 41]. Именно в этом смысле в книге употребляется словосочетание «точная методика», которая использует прямое включение ресурсов ЗИП в модели надежности. Это вовсе не значит, что «точная методика» не содержит других видов погрешностей.

Наряду с ЗИП в системе могут использоваться и другие средства (ресурсы) для обеспечения надежности, такие как широко известные виды резервирования: структурное, функциональное, временное и пр.

В модели надежности учитывают особенности стратегии пополнения запасов, ее параметры, структура обслуживаемой системы и структура системы ЗИП, условия хранения запаса-

сов, многофункциональность изделия, возможности реконфигурации структуры, неодинаковые условия доступности запасов для различных подсистем, приоритетность доступа к запасам со стороны подсистем и функционально самостоятельных операций; возможности маневрирования ресурсами, в частности, возможности реконфигурации (перевода части работоспособных, но не участвующих в функционировании элементов деградированной структуры в состав комплекта ЗИП) и пр.

При прямом включении ЗИП в модель надежности отпадает необходимость в вычислении показателей достаточности. Поэтому они могут рассчитываться только для сведения и для планирования работы системы технического обслуживания. Однако они не нужны при формировании комплекта ЗИП по критерию надежности.

Учебный процесс в высших учебных заведениях по направлению подготовки 230100 «Информатика и вычислительная техника» практически не обеспечен учебными пособиями, содержащими сведения о ЗИП. В настоящее время только одно учебное пособие [71] имеет главу по тематике ЗИП, но и она не полностью обеспечивает потребности дисциплины «Надежность, эргономика и качество АСОИУ». В этой дисциплине согласно государственному образовательному стандарту ГОС СД.09 предусмотрено изложение в достаточном объеме и должного качества основных расчетных моделей для оценки показателей надежности аппаратуры, методов обеспечения надежности и видов избыточности. С учетом бурного развития теории надежности по проблематике ЗИП и важности ЗИП как вида избыточности можно утверждать, что обучение студентов должно соответствовать современным требованиям и опираться на учебные пособия, оперативно отражающие новые результаты в этой области знаний.

Предлагаемая книга опирается на последние достижения теории надежности и содержит необходимые материалы, как для чтения курса лекций, так и для составления расчетных заданий, выполнения практических занятий, курсовых проектов, лабораторного практикума. Значительное внимание уделено самостоятельной работе.

Кроме студентов по направлению подготовки 230100, читателями книги могут быть и другие категории обучающихся. Книга может использоваться для совершенствования и переподготовки сотрудников служб надежности и качества промышленных предприятий, проектно-конструкторских и эксплуатирующих организаций, для самообразования аспирантов и научных работников в области информатики и вычислительной техники.

Книга содержит 9 глав и 9 приложений. В *главе 1* излагаются основные понятия и определения, классификация комплектов ЗИП по структурным признакам, условиям применения и пополнения, показатели достаточности комплектов ЗИП, постановки задач оценки показателей с учетом различных факторов.

В *главе 2* рассматриваются некоторые типовые модели надежности систем с учетом ЗИП на основе приближенной сертифицированной методики. В *главе 3* дается общее описание методик и алгоритмов оптимизации комплектов ЗИП по показателям достаточности. В *главе 4* приводятся краткие сведения о различных способах логико-вероятностного описания систем с двухполюсной и ветвящейся структурой при наличии комплектов ЗИП.

В *главах 5–8* излагаются новые методы расчета надежности путем прямого включения ЗИП в модели надежности при различных стратегиях пополнения запасов. Методики расчета не содержат погрешностей, характерных для приближенной методики, и дают точное решение задачи надежности с учетом ЗИП.

В *главе 9* рассматриваются методы и алгоритмы оптимизации комплектов ЗИП по критерию надежности, которые можно использовать вместо известных алгоритмов оптимизации по критерию достаточности.



В приложениях П1–П9 на компакт-диске приводятся практические и учебные примеры, предназначенные для использования в упражнениях, расчетных заданиях, при выполнении курсовых работ, а также обширный расчетный материал, позволяющий проводить анализ свойств технических изделий при наличии ЗИП. Этот материал полезно использовать при выполнении бакалаврских работ и подготовке магистерских диссертаций по тематике надежности.

Автор выражает благодарность В. В. Чуркину, разработавшему алгоритмы и программы расчета и оптимизации комплектов ЗИП по критерию надежности и подготовившему материалы *разд. 3 главы 9*. Автор выражает также искреннюю признательность чл.-кор. РАН, д. т. н., профессору Юсупову Р. М., д. т. н., профессору Зеленцову В. А. и д. т. н., профессору Черноруцкому И. Г. за полезные советы и замечания, способствовавшие улучшению книги.

# ГЛАВА 1

## Запасное имущество и принадлежности (ЗИП): основные понятия

### 1.1. Назначение ЗИП. Его роль в современной концепции технического обслуживания

Современная теория надежности восстанавливаемых систем исходит из модели надежности, в которой устранение отказа и восстановление работоспособности осуществляется путем ремонта в ремонтном органе (РО), имеющем в своем составе одну или несколько ремонтных бригад (РБ). При этом принимается допущение о том, что возможное количество восстановлений за время функционирования, вообще говоря, не ограничено [7]. Однако могут быть ограничения на время одного восстановления или на суммарное время восстановления. Тогда возникают модели надежности с резервом времени (временной избыточностью) [77]. Отказом признается событие, при котором время восстановления превысит допустимое (резервное) время. Если резерв времени отсутствует, то применяют структурное резервирование и тогда отказ наступает, если время восстановления превысит время до отказа резервного элемента.

Многие технические системы имеют такие условия функционирования, когда ремонтный орган (ремонтная база) находится в непосредственной близости от места эксплуатации системы и имеет технические и технологические возможности устранения практически любого отказа, возникающего при эксплуатации. Тогда вполне обоснованным является допущение о неограниченном количестве возможных восстановлений.

Однако известно значительное количество различных по масштабам и назначению систем, восстановление работоспособности которых путем ремонта не удастся организовать по следующим причинам.

Во-первых, далеко не всегда на месте эксплуатации может быть развернута ремонтная база. Это относится к системам, имеющим серьезные ограничения по массе и габаритам, например к бортовым системам (на самолетах, судах, обитаемых и необитаемых космических аппаратах), к наземным транспортным системам, системам, эксплуатируемым в малонаселенных труднодоступных регионах страны.

Во-вторых, при современном высокотехнологичном производстве (hi-tech) ремонт часто не возможен или экономически не целесообразен вне крупных, хорошо оснащенных современным технологическим оборудованием предприятий.

Кроме того, при современной международной технической и технологической кооперации и высоком уровне интегральности структурных элементов, например, в компьютерной технике, ремонт может оказаться не возможным в принципе из-за того, что эти элементы созданы как неремонтируемые (БИС в электронной технике, интегрированные модули, зали-

тые компаундом и пр.). В других случаях системы изготовлены из покупных импортных модулей, изготовление и ремонт которых не может быть освоен в стране по технологическим или юридическим причинам (отсутствие лицензии, патента, авторских прав).

Альтернативой ремонту является использование комплектов запасного имущества и принадлежностей (ЗИП), когда восстановление работоспособности сводится к замене отказавшего модуля (сменной части, СЧ) работоспособной запасной частью (ЗЧ), что вполне может выполнить эксплуатационный персонал. В этом случае, однако, возникает другая проблема. По соображениям ограничений на суммарную стоимость начальных запасов в комплекте ЗИП не удастся создать большие начальные запасы модулей, которые позволяли бы обеспечить с высокой вероятностью возможность замены отказавшего модуля. Это значит, что кроме упомянутых появляется новая причина отказа, а именно отсутствие в комплекте ЗИП необходимой ЗЧ. Отсутствие ЗЧ в комплекте ЗИП делает систему невозможной по отказам данного типа и приводит немедленно или с некоторой задержкой к отказу системы.

Влияние ЗИП на надежность системы существенно зависит от соотношения между временем замены отказавшего элемента работоспособной ЗЧ и допустимым временем перерыва в работе системы. Здесь возможны три варианта:

- обычно время замены составляет несколько десятков минут. Если вследствие инерционности протекающих в системе процессов перерыв такой длительности не приводит к нарушению качества ее функционирования, то в модели надежности время замены можно не учитывать;
- если же резерв времени, создаваемый инерционностью процессов, сравним с временем замены, то при оценке надежности надо использовать модели надежности с мгновенно пополняемым резервом времени [77];
- третий вариант возникает тогда, когда допустимое время перерывов в работе мало, и за это время практически невозможно выполнить замену отказавшего модуля. Тогда комплект ЗИП не может обеспечить повышение надежности, т. е. эффективность его создания близка к нулю. В этом случае для обеспечения эффективности применения ЗИП совершенно необходимо использовать встроенное структурное резервирование. Работоспособность системы на время замены обеспечивается структурным резервом. Система не откажет, если замена будет проведена до отказа резервного элемента.

Комплект ЗИП является разновидностью ресурса, предназначенного для повышения надежности. Его можно рассматривать как разновидность ненагруженного резерва и применять к нему признаки классификации структурного резервирования.

Эффективность применения комплекта ЗИП определяется различными факторами, в том числе:

- структурой системы ЗИП;
- стратегией пополнения начальных запасов;
- приспособленностью изделия к восстановлению работоспособности путем использования ЗЧ;
- правилами потребления запасов при наличии нескольких потребителей: беспriorитетное обслуживание, приоритетное обслуживание;
- правилами и условиями хранения запасов;
- правилами и условиями обмена запасами между различными комплектами ЗИП в многоуровневой структуре.

Рассмотрим эти факторы подробнее.

## 1.2. Структура системы ЗИП

По структурным признакам можно выделить следующие варианты комплектов ЗИП [4, 30].

### 1.2.1. Одиночный комплект ЗИП (ЗИП-О)

Одиночный комплект ЗИП предназначен для восстановления работоспособности одного образца изделия и размещается вблизи места его эксплуатации, чтобы обеспечить малое время замены, включающее время доставки ЗЧ к месту эксплуатации изделия, собственно время замены и время проверки готовности к применению:

$$T_z = T_d + T_{zc} + T_n. \quad (1.1)$$

В состав комплекта ЗИП-О входят запасные части нескольких типов. Количество ЗЧ  $i$ -го типа обозначим через  $L_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Вообще говоря, не все типы модулей, работающих в составе системы, должны быть представлены в комплекте ЗИП-О. Поэтому  $N \leq N_c$ , где  $N_c$  — количество различных типов модулей в составе изделия. Общее количество запасных частей  $L$  получают как сумму запасов различных типов. Запасы элементов в комплекте ЗИП-О пополняются непосредственно из неиссякаемого источника пополнения (НИП) (рис. 1.1, а).

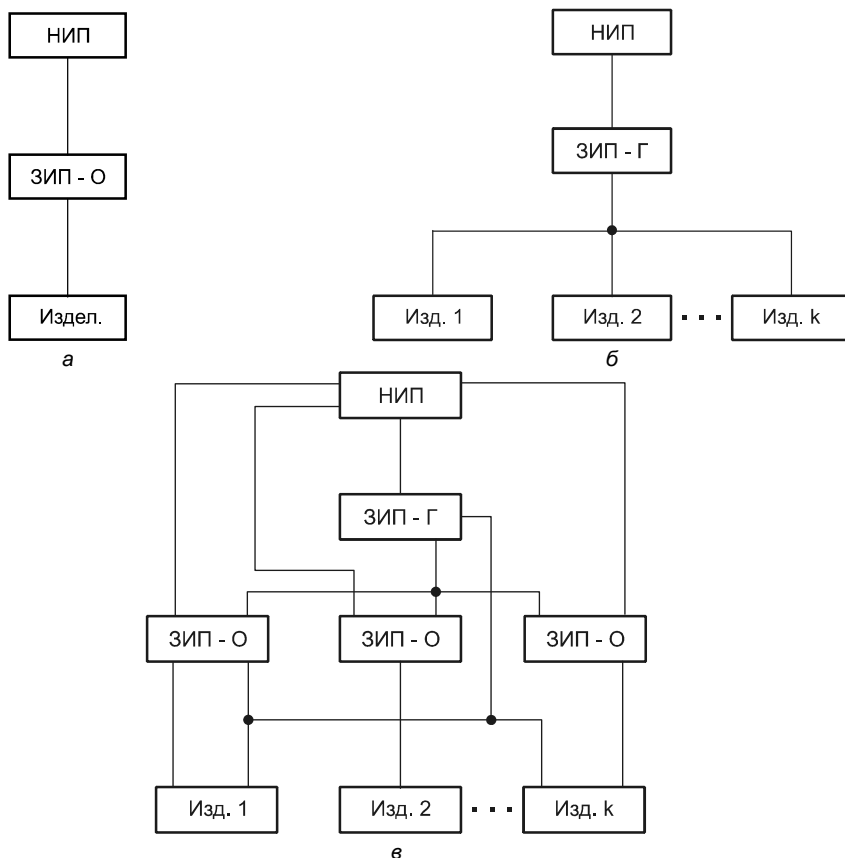


Рис. 1.1. Типовые структуры ЗИП: а, б — одноуровневая структура; в — двухуровневая структура

В качестве НИП может быть предприятие-изготовитель составных частей или оптовая база снабжения. Порядок пополнения запасов в комплекте ЗИП-О определяется стратегией пополнения.

### 1.2.2. Групповой комплект ЗИП (ЗИП-Г)

Групповой комплект ЗИП обслуживает несколько образцов изделия, эксплуатируемых в одном месте или территориально распределенных на незначительное расстояние, так что время доставки ЗЧ к каждому из образцов остается приемлемым (рис. 1.1, б). Очевидно, что сосредоточение ЗЧ в составе комплекта группового ЗИП увеличивает эффективность их использования за счет увеличения доступности по сравнению с одиночным комплектом ЗИП, т. к. запасы ЗЧ определенного типа в ЗИП-О доступны только для одного образца изделия и не доступны для остальных образцов. Однако при этом увеличивается время доставки, что ухудшает вероятностные характеристики системы и комплекта ЗИП. Итоговые результаты действия этих двух факторов можно оценить при количественной оценке надежности.

Комплект ЗИП-Г пополняется в соответствии с принятой стратегией пополнения, а обеспечивает обслуживание по запросам  $R$  образцов изделия.

### 1.2.3. Двухуровневая система ЗИП (ЗИП-2У)

На первом (нижнем) уровне размещаются комплекты одиночного ЗИП (ЗИП-О), на втором (верхнем) уровне находится комплект группового ЗИП (ЗИП-Г) (рис. 1.1, в). Комплект ЗИП-Г пополняется из НИП, а комплекты ЗИП-О могут пополняться либо из комплекта ЗИП-Г, либо из НИП, если ЗЧ данного типа отсутствуют в ЗИП-Г. Замена отказавших модулей в изделии может проводиться либо из «своего» комплекта ЗИП-О, либо из комплекта ЗИП-Г, если время доставки приемлемо. Поэтому комплект ЗИП-Г может содержать запасные части, которых нет в ЗИП-О. Из-за того, что различные образцы изделия могут находиться на различном удалении от комплекта ЗИП-Г, различные комплекты ЗИП-О могут иметь различный состав типов ЗЧ, т. к. в целях повышения эффективности использования запасов все, что возможно, следует передавать с нижнего уровня на верхний.

### 1.2.4. Многоуровневая система ЗИП (ЗИП-МУ)

Эта система является обобщением двухуровневой системы, так что можно представить появление третьего уровня, снабжающего запасными частями второй уровень, на котором могут находиться несколько комплектов ЗИП-Г. Распределение суммарных запасов между уровнями проводится на основе решения задачи оптимизации по критерию максимума надежности или минимума стоимости запасов при заданном уровне надежности.

## 1.3. Стратегии пополнения ЗИП

На каждом уровне структуры системы ЗИП могут быть использованы различные стратегии пополнения.

### 1.3.1. Периодическое пополнение ( $\alpha = 1$ )

При периодическом пополнении (стратегия ПП) через фиксированные, заранее заданные промежутки времени  $T_i$ , запасы данного типа восстанавливаются до начального уровня. При

этом  $T_i$  для запасов различного типа могут не совпадать. Поэтому параметром стратегии является, вообще говоря, вектор  $(T_1, T_2, \dots, T_N)$ . Только в случае, когда периоды пополнения по всем типам запасов одинаковы, параметр стратегии становится скалярной величиной  $T$ . Период  $T$  либо назначается заранее, либо выбирается при решении задачи оптимизации.

### 1.3.2. Периодическое пополнение с экстренными доставками ( $\alpha = 2$ )

При стратегии пополнения с экстренными доставками (ПЭД) кроме пополнения с заданным интервалом могут проводиться экстренные доставки по определенному признаку при возникновении особых событий. Особые события и их признаки могут быть различными. Основным признаком является отказ системы в результате отказа элемента  $i$ -го типа при отсутствии соответствующей ЗЧ в комплекте ЗИП. Другим признаком может быть невыполнение заявки на ЗЧ определенного типа. Для нерезервированных систем оба признака совпадают. Для резервированных систем запрос на ЭД может формироваться при работоспособном состоянии системы и поэтому ЭД может произойти еще до того, как система откажет. Экстренная доставка означает, что будет поступление ЗЧ из комплекта более высокого уровня или из НИП, позволяющее восстанавливать работоспособность системы, частично или полностью восстанавливать базовую структуру со всеми ее резервными элементами, частично или полностью восстанавливать начальные запасы в комплекте ЗИП. Таким образом, возникает некоторое разнообразие стратегии ПЭД. Крайними вариантами являются стратегии, когда при появлении признака запасы всех типов пополняются до начального уровня и когда в заявку на ЭД включается только одна ЗЧ того типа, для которого и появился признак потребности в ЭД. Между ними есть множество других вариантов. Более подробная классификация приведена в *главе 8*. Параметрами стратегии являются вектор периодов пополнения  $T = (T_1, T_2, \dots, T_N)$  и вектор средних значений времени экстренной доставки  $T_{ЭД} = (T_{ЭД1}, T_{ЭД2}, \dots, T_{ЭДN})$ .

### 1.3.3. Непрерывное пополнение ( $\alpha = 3$ )

Заявка формируется после каждого уменьшения уровня запасов любого типа. Параметром стратегии является вектор средних значений времени доставки  $T_\theta = (T_{\theta 1}, T_{\theta 2}, \dots, T_{\theta N})$ .

### 1.3.4. Пополнение по уровню ( $\alpha = 4$ )

При стратегии пополнения по уровню (ПУ) заявка на пополнение запасов формируется по признаку: количество ЗЧ данного типа уменьшилось до заданного уровня. Этот минимальный уровень устанавливается для каждого типа запасов и, в частности, может быть принят равным нулю. Как и при ПЭД, в заявку могут быть включены ЗЧ только того типа, который вызвал появление признака пополнения, нескольких типов, всех типов. Количество ЗЧ, включенных в заявку, тоже может быть различным: от одной ЗЧ до уровня начальных запасов. Это создает разнообразие стратегий в классе ПУ. Более детальная классификация приведена в *главе 9*. Общая особенность всех стратегий ПУ состоит в том, что заявки формируются при работоспособном состоянии системы. Параметрами стратегии ПУ является вектор средних значений времени доставки  $T_\theta = (T_{\theta 1}, T_{\theta 2}, \dots, T_{\theta N})$  и вектор минимальных уровней запасов  $L = (L_1, L_2, \dots, L_N)$ .

## 1.4. Показатели достаточности комплектов ЗИП

Процессы потребления запасов (расходования ЗЧ) являются стохастическими. Характеристики комплектов ЗИП являются вероятностными и связаны с некоторыми случайными событиями или случайными величинами. Поэтому сначала надо ввести и дать определения случайных событий и величин, для которых в дальнейшем будут разыскиваться вероятностные характеристики.

Базовым понятием для надежности комплекта ЗИП является «отказ комплекта ЗИП». Согласно [87], отказом комплекта ЗИП называется такое событие в системе «изделие — ЗИП», которое вызывает полную или частичную потерю работоспособности изделия при отсутствии в комплекте ЗИП соответствующей ЗЧ. Из этого определения следует, что событие, называемое «отказ комплекта ЗИП», на самом деле связано не только с состоянием запасов, но и с состоянием системы, наличием или отсутствием структурного резерва. Отсутствие ЗЧ в комплекте ЗИП в данном контексте не рассматривается как отказ комплекта ЗИП, т. е. отказавший элемент, возможно, был резервирован. Это значит, что пока изделие сохраняет работоспособность, комплект ЗИП находится в безотказном состоянии, даже если он пуст и даже если к нему уже поступило несколько неудовлетворенных заявок на ЗЧ. Чтобы устранить двоякое толкование термина, в дальнейшем будем относить его только к нерезервированным системам. Для резервированных систем будем считать все элементы, в том числе и резервные, соединенными последовательно.

Основными случайными величинами, используемыми при определении вероятностных показателей ЗИП, являются:

- $T_0$  — время доставки ЗЧ в комплект ЗИП (время от момента формирования заявки во внешний источник пополнения до фактического поступления ЗЧ в комплект ЗИП);
- $T_{эд}$  — время экстренной доставки ЗЧ;
- $T_z$  — время задержки в выполнении заявки на ЗЧ (время от момента формирования заявки на ЗЧ от изделия до фактического поступления ЗЧ к месту эксплуатации изделия). В статистику величины включают все значения задержки — при наличии и при отсутствии ЗЧ в комплекте ЗИП;
- $T_{z1}$  — время задержки при отсутствии ЗЧ в комплекте ЗИП, т. е. при необходимости доставки ЗЧ из внешнего источника.

Используя рассмотренные здесь случайные события и величины, вводим показатели достаточности ЗИП.

### 1.4.1. Коэффициент готовности ЗИП

Коэффициент готовности ЗИП  $K_{зип}$  есть стационарная вероятность застать систему «изделие — ЗИП» в состоянии, когда отсутствуют неудовлетворенные заявки от изделия на ЗЧ. С учетом приведенного толкования понятия «отказ комплекта ЗИП» [87] и сделанного ранее замечания можно трактовать коэффициент готовности ЗИП как стационарную вероятность застать нерезервированное изделие в работоспособном состоянии при восстановлении с помощью ЗИП.

#### При периодическом пополнении ( $\alpha = 1$ )

В этом случае коэффициент готовности ЗИП можно найти по формуле:

$$K_{зип}(T) = \frac{\bar{\tau}_1(T)}{\bar{\tau}_1(T) + \Delta T_{зип}(T)}, \quad (1.2)$$

где:

$\bar{\tau}_1(T)$  — средняя наработка системы в периоде пополнения  $T$ ;

$\Delta T_{ЗИП}(T) = MT_{з1}$  — средняя задержка в доставке ЗЧ, математическое ожидание величины  $T_{з1}$ .

Среднюю наработку находят по формуле:

$$\bar{\tau}_1(T) = TP(T) + \int_0^T xf(x)dx = \int_0^T P(x)dx, \quad (1.3)$$

где:

$f(x)$  — плотность распределения наработки до отказа изделия с учетом ЗИП;

$P(T)$  — вероятность безотказной работы изделия с учетом ЗИП.

Средняя задержка:

$$\Delta T_{ЗИП}(T) = \int_0^T (T-x)f(x)dx = T(1 - K_{ЗИП}(T)). \quad (1.4)$$

Подставляя (1.3) и (1.4) в (1.2), получим:

$$K_{ЗИП}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T P(x)dx. \quad (1.5)$$

Отсюда следует, что коэффициент готовности ЗИП при периодическом пополнении запасов есть среднее значение ВБР последовательной системы по периоду пополнения.

Полагая, что запасные части в комплекте ЗИП при хранении не отказывают и что элементы системы (основные и резервные) имеют постоянные интенсивности отказов, при  $L$  запасных частях данного типа в комплекте ЗИП, найдем выражение для ВБР однородной системы, имеющей в своем составе  $k$  элементов:

$$P(t, L) = \sum_{i=0}^L \frac{(k\lambda t)^i}{i!} e^{-k\lambda t}. \quad (1.6)$$

Подставляя (1.6) в (1.5), получим:

$$K_{ЗИП}(T, L) = \frac{1}{A} \sum_{i=0}^L I(A, i+1) = 1 - I(A, L) + \frac{L+1}{A} I(A, L+1), \quad A = k\lambda T, \quad (1.7)$$

где  $I(x, m)$  — функция распределения Эрланга, неполная гамма-функция

$$I(x, m) = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} \frac{x^i}{i!} e^{-x}. \quad (1.8)$$

В частности, при  $L = 1$  и  $2$  имеем:

$$K_{ЗИП}(T, 1) = \frac{1}{A} (I(A, 1) + I(A, 2)) = \frac{1}{A} (2 - (2 + A)e^{-A}), \quad (1.9)$$

$$K_{ЗИП}(T, 2) = \frac{1}{A} (I(A, 1) + I(A, 2) + I(A, 3)) = \frac{1}{A} (3 - (3 + 2A + A^2/2)e^{-A}). \quad (1.10)$$

Коэффициент готовности учитывает только количество ЗЧ и суммарный поток заявок на ЗЧ от изделия. Поэтому в формулах (1.6)–(1.10)  $k$  — это количество нагруженных элементов данного типа без учета структуры их соединения (последовательное, параллельное). Коэф-



коэффициент готовности можно трактовать как вероятность того, что в периоде пополнения заявка на ЗЧ не возникнет, а если возникнет, то будет удовлетворена из запасов в комплекте ЗИП.

Выражение  $1 - K_{зип}(T, L)$  можно трактовать как вероятность того, что в периоде пополнения возникнет такая заявка на ЗЧ, которая не будет удовлетворена из-за отсутствия ЗЧ в комплекте ЗИП.

### При периодическом пополнении с экстренной доставкой ( $\alpha = 2$ )

В этом случае поток моментов ЭД является рекуррентным с ведущей функцией потока  $H(t)$  и функцией распределения интервалов  $Z_i$  между соседними моментами ЭД  $F(t)$ . Изображения этих функций и функции интенсивности потока  $\omega(t)$ , полученные с помощью преобразования Лапласа — Карсона [67], связаны известными соотношениями:

$$H^*(s) = \frac{F^*(s)}{1 - F^*(s)}, \omega^*(s) = sH^*(s). \quad (1.11)$$

Поскольку интервал между моментами ЭД является суммой наработки и времени экстренной доставки с распределениями  $F_0(t)$  и  $F_{эд}(t)$  соответственно, то

$$H^*(s) = \frac{F_0^*(s)F_{эд}^*(s)}{1 - F_0^*(s)F_{эд}^*(s)}. \quad (1.12)$$

Нестационарное значение коэффициента готовности ЗИП получим из известного соотношения:

$$K_{зип}^*(s, L) = \frac{1 - F_0^*(s)}{1 - F_0^*(s)F_{эд}^*(s)}. \quad (1.13)$$

При экспоненциальном распределении времени ЭД имеем:

$$H^*(s) = \frac{\mu F_0^*(s)}{s + \mu(1 - F_0^*(s))}, \mu = 1/\bar{T}_{эд},$$

$$K_{зип}^*(s, L) = 1 - \frac{sF_0^*(s)}{s + \mu(1 - F_0^*(s))} = 1 - \bar{T}_{эд}\omega^*(s). \quad (1.14)$$

Обратное преобразование в (1.14) дает:

$$K_{зип}^*(t, L) = 1 - \bar{T}_{эд}\omega(t, L). \quad (1.15)$$

Среднее по периоду пополнения значение коэффициента готовности:

$$K_{зип}(T, L) = 1 - \frac{\bar{T}_{эд}}{T} H(T, L). \quad (1.16)$$

Рассмотрим частные случаи.

1. При экспоненциальном распределении наработки и времени экстренной доставки изображения функций в (1.12) и (1.13) имеют вид:

$$F_0^*(s) = \left( \frac{k\lambda}{s + k\lambda} \right)^{L+1}, F_{эд}^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu},$$

$$\omega^*(s) = \frac{s\mu(k\lambda)^{L+1}}{(s+\mu)(s+k\lambda)^{L+1} - \mu(k\lambda)^{L+1}}, \quad (1.17)$$

$$K_{\text{ЗИП}}^*(s, L) = 1 - \bar{T}_{\text{ЭД}} \omega^*(s) = 1 - \frac{s(k\lambda)^{L+1}}{(s+\mu)(s+k\lambda)^{L+1} - \mu(k\lambda)^{L+1}}. \quad (1.18)$$

При  $L = 0$  обратное преобразование в (1.17) и (1.18) дает:

$$\omega(t, 0) = \omega(1 - e^{-\omega t}), \omega = 1 / (\bar{T}_0 + \bar{T}_{\text{ЭД}}), \omega_1 = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{T_{\text{ЭД}}} = k\lambda + \mu, \quad (1.19)$$

$$K_{\text{ЗИП}}^*(t, 0) = \frac{\mu}{k\lambda + \mu} + \frac{k\lambda}{k\lambda + \mu} e^{-\omega t}. \quad (1.20)$$

После интегрирования по периоду пополнения получим:

$$H(T, 0) = \omega T - \frac{\omega}{\omega_1} (1 - e^{-\omega_1 T}), K_{\text{ЗИП}}(T, 0) = 1 - \omega \bar{T}_{\text{ЭД}} + \frac{\omega \bar{T}_{\text{ЭД}}}{\omega_1 T} (1 - e^{-\omega_1 T}). \quad (1.21)$$

При  $L = 1$  имеем:

$$\omega(t, 1) = \omega \left( 1 - \frac{s_1 e^{-s_0 t} - s_0 e^{-s_1 t}}{s_1 - s_0} \right), \omega = 1 / (2\bar{T}_0 + \bar{T}_{\text{ЭД}}) = \frac{k\lambda\mu}{k\lambda + 2\mu}, \quad (1.22)$$

$$K_{\text{ЗИП}}^*(t, 1) = 1 - \omega \bar{T}_{\text{ЭД}} \left( 1 - \frac{s_1 e^{-s_0 t} - s_0 e^{-s_1 t}}{s_1 - s_0} \right),$$

$$s_{0,1} = \frac{\mu}{2} (1 + 2k\rho \mp \sqrt{1 - 4k\rho}), \rho = \lambda / \mu, k\rho < 0,25,$$

$$H(T, 1) = \omega T - \frac{\omega}{s_1 - s_0} \left( \frac{s_1}{s_0} (1 - e^{-s_0 T}) - \frac{s_0}{s_1} (1 - e^{-s_1 T}) \right), K_{\text{ЗИП}}(T, 1) = 1 - \frac{\bar{T}_{\text{ЭД}}}{T} H(T, 1).$$

При  $L \geq 2$  для получения точных значений характеристик надо численно находить корни полинома степени  $L + 1$ . Если это затруднительно, то следует использовать приближенные оценки.

2. Приближенные значения характеристик можно найти, используя идею медленного движения. Идея состоит в том, чтобы оставлять в смеси экспонент, полученных после обратного преобразования (1.17) или (1.18), только одну или две экспоненты с наименьшим затуханием. Представим (1.17) в виде

$$\omega^*(s) = \frac{\mu(k\lambda)^{L+1}}{s^{L+1} + a_L s^L + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, a_0 = (k\lambda)^L ((L+1)\mu + k\lambda), \quad (1.23)$$

$$a_1 = (k\lambda)^{L-1} (L+1)(\mu L / 2 + k\lambda), a_2 = (k\lambda)^{L-2} (C_{L+1}^3 \mu + C_{L+1}^2 k\lambda).$$

Если оставить одну экспоненту, то из (1.23) получим:

$$\omega^*(s) \approx \frac{\mu(k\lambda)^{L+1}}{a_1 s + a_0} = \frac{\mu(k\lambda)^2}{(L+1)(\mu L / 2 + k\lambda)s + k\lambda((L+1)\mu + k\lambda)}. \quad (1.24)$$

Отсюда

$$\omega(t, L) \approx \omega(1 - e^{-s_1 t}), \omega = \frac{\mu k \lambda}{(L+1)\mu + k \lambda}, s_1 = \frac{k \lambda}{L+1} \frac{(L+1)\mu + k \lambda}{\mu L / 2 + k \lambda}, \quad (1.25)$$

$$H(T, L) \approx H_{np1}(T, L) = \omega T - \frac{\omega}{s_1} (1 - e^{-s_1 T}), K_{эзип}(T, L) \approx 1 - \frac{\bar{T}_{эд}}{T} H_{np1}(T, L). \quad (1.26)$$

Если оставлять две экспоненты, то

$$\omega^*(s) \approx \frac{\mu(k\lambda)^{L+1}}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{\mu(k\lambda)^2}{(C_{L+1}^3 \mu + C_{L+1}^2 k \lambda) s^2 + k \lambda (C_{L+1}^2 \mu + C_{L+1}^1 k \lambda) s + (k\lambda)^2 ((L+1)\mu + k\lambda)},$$

$$\omega(t, L) \approx \omega \left( 1 - \frac{s_1 e^{-s_0 \mu t} - s_0 e^{-s_1 \mu t}}{s_1 - s_0} \right), \omega = \frac{\mu k \lambda}{(L+1)\mu + k \lambda},$$

$$s_{0,1} = k\rho \frac{0,5(L+1)(L+2k\rho) \mp \sqrt{0,25(L+1)^2(L+2k\rho)^2 - 2L(L+1)((L-1)/3 + k\rho)(L+1+k\rho)}}{L(L+1)((L-1)/3 + k\rho)},$$

$$H_{np2}(T, L) = \omega T - \frac{\omega}{s_1 - s_0} \left( \frac{s_1}{s_0} (1 - e^{-s_0 \mu T}) - \frac{s_0}{s_1} (1 - e^{-s_1 \mu T}) \right), K_{эзип}(T, L) \approx 1 - \frac{\bar{T}_{эд}}{T} H_{np2}(T, L). \quad (1.27)$$

### При непрерывном пополнении ( $\alpha = 3$ )

В этом случае процесс потребления и пополнения запасов можно свести к процессу массового обслуживания в системе *MML*, где  $L$  — число запасных частей данного типа. Согласно известному результату [32] модель функционирования системы *MML* является моделью схемы гибели и размножения, для которой найдены формулы расчета стационарных вероятностей состояний. Поэтому имеем:

$$K_{эзип}(L) = 1 - p_{L+1} = 1 - \frac{A^{L+1}}{(L+1)!} / \sum_{i=0}^{L+1} \frac{A^i}{i!}, A = k \lambda \bar{T}_o, \quad (1.28)$$

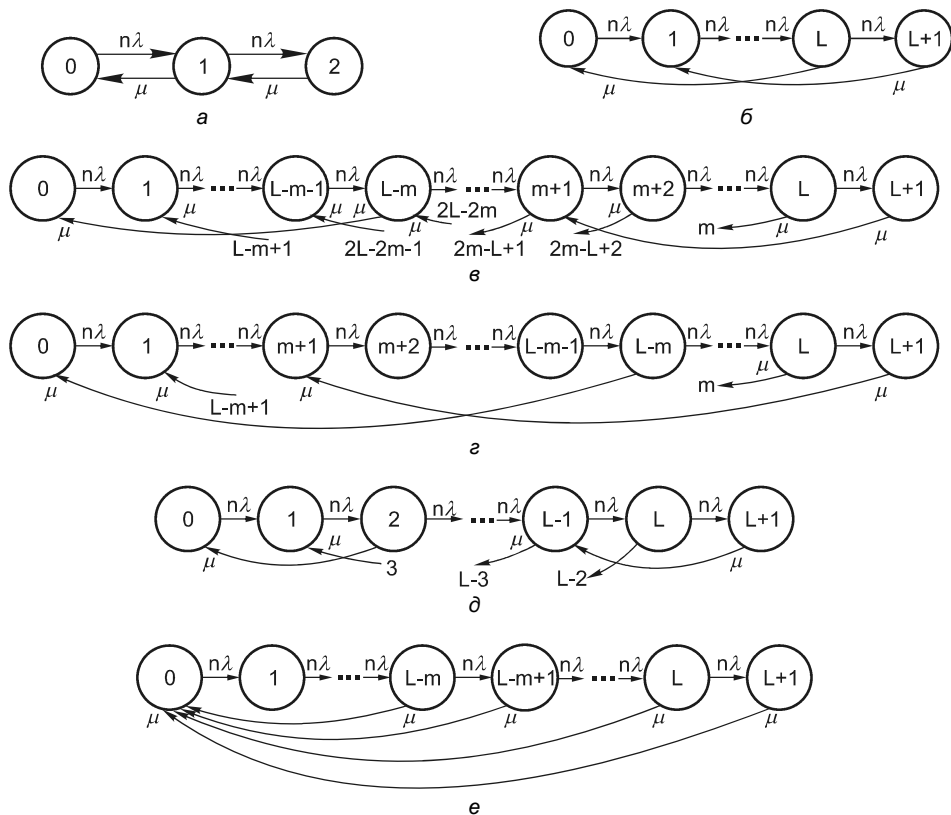
где  $\bar{T}_o$  — среднее время доставки ЗЧ.

### При пополнении по уровню $m$ ( $\alpha = 4$ ) и $L$ запасных частях в комплекте ЗИП

В этом случае заявка на пополнение формируется в тот момент, когда количество ЗЧ данного типа достигло порога  $m$ . В заявку включается всегда одно и то же количество ЗЧ, а именно  $L - m$ . Причем следующая заявка может быть сформирована не раньше, чем удовлетворена предыдущая заявка. Далее рассмотрим четыре случая:

1.  $m = 0, L = 1$ .
2.  $m = 0, L \geq 2$ .
3.  $m \geq 1, m + 1 \leq L \leq 2m + 1$ .
4.  $L \geq 2m + 2$ .

В первом случае граф состояний имеет линейный вид, как в схеме гибели и размножения (рис. 1.2, а).



**Рис. 1.2.** Графы состояний последовательной системы при пополнении по уровню  $m$ : а)  $m = 0, L = 1$ ; б)  $m = 0, L \geq 2$ ; в)  $m \geq 1, m + 1 \leq L \leq 2m + 1$ ; г)  $L \geq 2m + 2$ ; д)  $L = 2m + 2$ ; е)  $L \geq 2m + 1$

Тогда коэффициент готовности есть стационарная вероятность застать систему в состояниях 0 или 1. Поэтому

$$K_{ЗИП}(1, m = 0) = 1 - p_2 = 1 - \frac{A^2}{1 + A + A^2}, A = k\lambda\bar{T}_\delta, \quad (1.29)$$

где  $\bar{T}_\delta = 1/\mu$  — среднее время доставки ЗЧ.

Во втором случае система уравнений для стационарных вероятностей в соответствии с графом состояний (рис. 1.2, б) имеет вид:

$$Ap_0 = p_L, Ap_1 = Ap_0 + p_{L+1}, p_i = p_{i-1}, i = 2, \dots, L-1, (1+A)p_L = Ap_{L-1}, p_{L+1} = Ap_L. \quad (1.30)$$

Отсюда

$$K_{ЗИП}(L, m = 0) = 1 - p_{L+1} = 1 - \frac{A^2}{(1+A)L + A^2}. \quad (1.31)$$

При  $L = 1$  из (1.31) получим (1.29).

В третьем случае при  $m + 1 \leq L \leq 2m + 1$  граф состояний имеет вид, приведенный на рис. 1.2, в. По структурным признакам связей с соседними состояниями в графе можно выделить пять групп состояний:

1. Состояние 0, которое имеет одну выходящую стрелку с интенсивностью переходов  $k\lambda$  и одну выходящую стрелку с интенсивностью  $\mu$ .
2. Состояния  $1 \dots L - m - 1$  с двумя входящими стрелками из состояний  $i - 1$  и  $i + L - m$  с интенсивностями переходов  $k\lambda$  и  $\mu$  соответственно и одну выходящую стрелку с интенсивностями переходов  $k\lambda$ .
3. Состояния  $L - m \dots m + 1$  с двумя входящими стрелками из состояний  $i - 1$  и  $i + L - m$  с интенсивностями переходов  $k\lambda$  и  $\mu$  соответственно и двумя выходящими стрелками с интенсивностями переходов  $k\lambda$  и  $\mu$ ; при  $L = 2m + 1$  множество имеет только одно состояние с номером  $m + 1$  и исчезает при  $L = 2m + 2$ .
4. Состояния  $m + 2 \dots L$  имеют одну входящую и две выходящих стрелки в состояния  $i + 1$  и  $i - L + m$ .
5. Состояние  $L + 1$  имеет одну входящую из  $L$  и одну выходящую стрелку в состояние  $m + 1$ . При  $L = m + 1$  граф состояний превращается в линейный граф схемы гибели и размножения.

Система уравнений для стационарных вероятностей имеет вид:

$$\begin{aligned} Ap_0 &= p_{L-m}, Ap_i = Ap_{i-1} + p_{L-m+i}, i = 1, \dots, L - m - 1, \\ (1 + A)p_i &= Ap_{i-1} + p_{L-m+i}, i = L - m, \dots, m + 1, \\ (1 + A)p_i &= Ap_{i-1}, i = m + 2, \dots, L, p_{L+1} = Ap_L, A = k\lambda\bar{T}_\delta. \end{aligned} \quad (1.32)$$

В четвертом случае при  $L \geq 2m + 2$  граф состояний имеет вид, приведенный на рис. 1.2, *г*. По структурным признакам связей с соседними состояниями в графе можно выделить пять групп состояний:

1. Состояние 0 имеет одну выходящую стрелку с интенсивностью переходов  $k\lambda$  и одну выходящую стрелку с интенсивностью  $\mu$ .
2. Состояния  $1 \dots m + 1$  имеют две входящие стрелки из состояний  $i - 1$  и  $i + L - m$  и одну выходящую стрелку с интенсивностью переходов  $k\lambda$ .
3. Состояния  $m + 2 \dots L - m - 1$  имеют одну входящую стрелку из состояния  $i - 1$  и одну выходящую стрелку с интенсивностью переходов  $k\lambda$ . При  $L = 2m + 2$  множество полностью отсутствует и появляется только при  $L \geq 2m + 2$ .
4. Состояния  $L - m \dots L$  имеют одну входящую и две выходящих стрелки в состояния  $i + 1$  и  $i - L + m$ .
5. Состояние  $L + 1$  имеет одну входящую из  $L$  и одну выходящую стрелку в состояние  $m + 1$ .

Система уравнений для стационарных вероятностей имеет вид:

$$\begin{aligned} Ap_0 &= p_{L-m}, Ap_i = Ap_{i-1} + p_{L-m+i}, i = 1, \dots, m + 1; p_i = p_{i-1}, i = m + 1, \dots, L - m - 1 \\ (1 + A)p_i &= Ap_{i-1}, i = L - m, \dots, L, p_{L+1} = Ap_L, A = k\lambda\bar{T}_\delta. \end{aligned} \quad (1.33)$$

В общем случае решение системы (1.32) можно искать только по схеме Крамера путем разложения определителей. Поэтому рассмотрим некоторые часто используемые частные случаи.

Пусть  $L = m + 1$ . Тогда из графа схемы гибели и размножения находим:

$$K_{\text{эип}}(L, L - 1) = (1 - A^{L+1}) / (1 - A^{L+2}), A = k\lambda\bar{T}_\delta. \quad (1.34)$$

При  $L = m + 2$  граф состояний имеет вид, приведенный на рис. 1.2, д. Эти параметры также относятся к третьему случаю, т. к. неравенство  $L \leq 2m + 1 = 2(L - 2) + 1 = 2L - 3$  справедливо при  $L \geq 3$ . Составляя уравнения по графу состояний для двух частных случаев, легко найти следующие выражения:

$$K_{\text{ЗИП}}(3, 1) = 1 - \frac{A^3}{2(1+A)^2 + A^3}, \quad (1.35)$$

$$K_{\text{ЗИП}}(4, 2) = 1 - \frac{A^4}{2(1+A)^3 + A^4 - 2A^3} = 1 - \frac{Ab^3}{2(1-b^3) + Ab^3}, b = \frac{A}{1+A}.$$

Найдем теперь решение (1.33). Сначала из третьего и четвертого уравнения получим:

$$p_{L-m} = bp_{L-m-1} = Ap_0, b = A/(1+A); p_{L-m-1} = p_{L-m-2} = \dots = p_{m+i} = (1+A)p_0.$$

Затем из четвертого и пятого уравнений имеем:

$$p_{L-m+i} = b^i Ap_0, i = 0, \dots, m; p_L = b^m Ap_0; p_{L+1} = Ap_L = b^m A^2 p_0.$$

Из второго уравнения получим:

$$p_1 = p_0 + \frac{1}{A} p_{L-m+1} = p_0(1+b); p_2 = p_1 + \frac{1}{A} p_{L-m+2} = p_0(1+b+b^2).$$

С помощью метода полной математической индукции доказываем общую формулу:

$$p_i = p_0(1+b+\dots+b^i) = p_0(1+A)(1-b^{i+1}), i = 1 \dots m.$$

Из нормировочного условия находим  $p_0$ , а затем коэффициент готовности ЗИП:

$$K_{\text{ЗИП}}(L, m) = 1 - \frac{A^{m+2}}{A^{m+2} + (L-m)(1+A)^{m+1}}, L \geq 2m + 2. \quad (1.36)$$

При  $m = 0$  эта формула совпадает с (1.31).

Изменим стратегию пополнения запасов и будем корректировать заявку, если во время ожидания пополнения произойдут новые отказы элементов. Коррекция состоит в том, что после каждого отказа элемента в заявку добавляется одна ЗЧ, так что при поступлении партии ЗЧ их достаточно, чтобы восстановить структуру и пополнить запасы до начального уровня. Тогда граф состояний имеет вид, приведенный на рис. 1.2, е.

Решение соответствующей системы уравнений дает следующий результат:

$$K_{\text{ЗИП}}(L, m) = 1 - p_{L+1} = 1 - \frac{A^{m+2}}{(L-m+A)(1+A)^{m+1}}. \quad (1.37)$$

Сравнивая стратегии пополнения по уровню и непрерывного пополнения, из формул (1.28) и (1.36) находим, что при максимально возможном уровне пополнения  $m = L - 1$  непрерывное пополнение обеспечивает более высокое значение коэффициента готовности ЗИП, чем пополнение по уровню. Риск неудовлетворения заявки при пополнении по уровню в  $1 + (L - 1)b$  раз больше, чем при непрерывном пополнении.

Очевидно, что периодическое и непрерывное пополнение являются крайними стратегиями с точки зрения уровня показателя достаточности  $K_{\text{ЗИП}}$ . Остальные занимают промежуточное положение. Это дает удобный ориентир при сравнении различных стратегий.

В заключение сделаем два замечания:

- во-первых, надо иметь в виду, что значения  $K_{\text{ЗИП}}$  не зависят от того, какая схема резервирования использована, т. к. нагруженные резервные элементы потребляют ЗЧ так же,